Naturlig Deduksjon

Nitten regler

Ni sluttningsregler

modus ponens (m.p.)
$p \rightarrow q$
$p \quad / \therefore \; q$

modus tollens (m.t.)
$p \rightarrow q$
$\neg q \quad / \therefore \; \neg p$

hypotetical syllogism (h.s.)
$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r \quad / \therefore \; p \rightarrow r$

disjunctive syllogism (d.s)
$p \vee q$
$\neg p \quad / \therefore \; q$

constructive dilemma (c.d.)
$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
$p \vee r \quad / \therefore \; q \vee s$

destructive dillemma (d.d.)
$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
$\neg q \vee \neg s \quad / \therefore \; \neg p \vee \neg r$

simplification (simp.)
$p \wedge q \, / \therefore p$

conjuntion (conj.)
p
$q \quad / \therefore \; p \wedge q$

addition (add.)
$p \quad / \therefore \; p \vee q$

The rule of conditional proof (c.p.)
For å bruke denne regelen for å vise gyldighet, tar man antesedenten til konklusjonen som et ekstra premiss og konsekventen som konklusjon (eks: $p \rightarrow q$ som konklusjon medfører p som et ekstra premiss og q som ny konklusjon.)

Ti erstatnings-regler

De Morgan's theorems (de m.)
$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

commutation (com.)
$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$
$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$

association (assoc.)
$(p \vee (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \vee r)$
$(p \wedge (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \wedge r)$

distribution (dist.)
$(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$
$(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

double negation (d.n)
$p \Leftrightarrow \neg\neg p$

contraposition (contr.)
$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

material implication (impl.)
$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

material equivalence (equiv.)
$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$
$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$

exportation (exp.)
$((p \wedge q) \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

tautology (taut.)
$p \Leftrightarrow (p \vee p)$
$p \Leftrightarrow (p \wedge p)$

The method of indirect proof (i.p.)
Bevis ved *reductio ad absurdum*. Man lister premissene og negasjonen av konklusjonen. Hvis vi da ved å bruke reglene for naturlig deduksjon kommer til setningen $p \wedge \neg p$, da har vi vist at argumentet er inkonsistent og dermed gyldig.